山西能源学院教案

授课班级 能动 1701-1704 　授课时间_____ 　计 2 学时

课题（章节及内容）	5.4 流体外掠平板传热层流分析解及比拟理论
教学目的和要求	掌握比拟理论的基本思想； 掌握普朗特数的物理意义； 掌握流体外掠平板传热的层流分析解； 了解比拟理论的应用。
重　点 难　点	比拟理论的基本思想； 流体外掠平板传热的层流分析解。
教学进程（含课堂教学内容、教学方法、辅助手段等）	教学内容：流体外掠平板传热的层流分析解；普朗特数的物理意义；比拟理论的基本思想；比拟理论的应用。 教学方法：讲授与练习、启发讨论、诱导式、归纳总结法。
作业布置	5-13
主　要 参考资料	《传热学》第四版，杨世铭，陶文铨， 高等教育出版社，2006 年 8 月
课后自我总结分析	

5-4 流体外掠平板传热层流分析解及比拟理论

由于对流换热是复杂的热量交换过程，所涉及的变量参数比较多，常常给分析求解和实验研究带来困难。为此，人们常采用相似原则对换热过程的参数进行归类处理， 将物性量，几何量和过程量按物理过程的特征组合成无量纲的数，这些数常称为准则。 这样做的结果不仅仅减少了所研究问题的变量数目，而且给求解对流换热问题（包括分析求解、实验求解及数值求解）带来了较大的方便。下面我们将具体讨论对流换热过程的相似分析方法。

无量纲形式的对流换热微分方程组

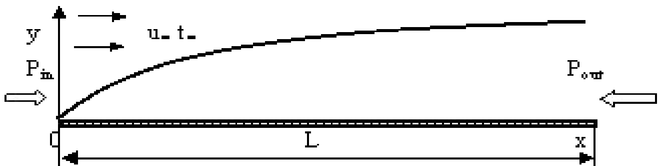


图 4－7 流体流过平板换热示意图

对于数学模型已经确立的对流换热过程，过程的相似分析是比较简单的。通常的做法是，首先选取对流换热过程中有关变量的特征值， 将所有变量无量纲化 ，进而 导出无量纲形式的对流换热微分方程组 。于是，出现在无量纲方程组中的系数项就是我们所需要无量纲数 （或称：无因次数），也就是无量纲准则，它们是变量特征值和物性量的某种组合。从方程中不难看出，流场中的任一无量纲变量均可表示为其余无量纲变量和无量纲准则的函数形式 。现在，我们以 流体流过平板的对流换热问题为例来进行换热过程的相似分析。

流体平行流过平板的对流换热过程如图 4 － 7 所示，来流速度为 u_∞ ，来流温度 t_∞ ，平板长度 L ， 平板温度 t_W ，流体流过平板的压力降为 Δp。如果流体物性为常数，且忽略黏性耗散项和体积力项，按图中所示的坐标流场的支配方程为

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0;\\
&\rho\left(u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}\right)=-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right);\\
&\rho\left(u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}\right)=-\frac{\partial p}{\partial y}+\mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right);
\end{aligned}
\qquad (4-11)
$$

$$\rho c_p\left(u\frac{\partial t}{\partial x}+v\frac{\partial t}{\partial y}\right)=\lambda\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 t}{\partial y^2}\right)$$

$$\alpha=-\frac{\lambda}{\Delta t}\frac{\partial t}{\partial y}_{y=0}$$

今选取板长 L ，来流流速 u ∞ ，温度差 $\Delta t=t_w-t_\infty$ 和压力降 $\Delta p=P_{in}-P_{out}$ 为变量的特征值，于是该换热过程的无量纲变量为：

$$U=u/u_\infty;V=v/u_\infty X=x/L;Y=y/L;P=p/\Delta p;\Theta=(t-t_\infty)/(t_w-t_\infty)$$

用这些无量纲变量去取代方程组中的相应变量，可得出无量纲变量组成的方程组：

$$\frac{\partial U}{\partial X}+\frac{\partial V}{\partial Y}=0$$

$$U\frac{\partial U}{\partial X}+V\frac{\partial U}{\partial Y}=-Eu\frac{\partial P}{\partial X}+\frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 U}{\partial Y^2}\right)$$

（4 — 12 ）

$$U\frac{\partial V}{\partial X}+V\frac{\partial V}{\partial Y}=-Eu\frac{\partial P}{\partial Y}+\frac{1}{\mathrm{Re}}\left(\frac{\partial^2 V}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial Y^2}\right)$$

$$U\frac{\partial \Theta}{\partial X}+V\frac{\partial \Theta}{\partial Y}=\frac{1}{\mathrm{Re}\,\mathrm{Pr}}\left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial X^2}+\frac{\partial^2 \Theta}{\partial Y^2}\right)$$

$$Nu=-\frac{\partial \Theta}{\partial Y}\bigg|_{Y=0}$$

在无量纲方程中出现了几个无量纲的准则，下面将对这几个无量纲准则的物理量组成和它们各自的物理意义加以说明：

$Eu=\Delta p/(\rho u_\infty^2)$，定义为欧拉数（ Euler ），它反映了流场压力降与其动压头之间的相对关系，体现了在流动过程中动量损失率的相对大小。它和流场阻力系数的定义式 $c_D=\Delta p\Big/\left(\frac{1}{2}\rho u_\infty^2\right)$ 在实质上是一样的，即 $c_D=2Eu$ 。

$\mathrm{Re}=\rho u_\infty L/\mu=u_\infty L/\nu$，称为 雷诺数，表征了给定流场的惯性力与其黏性力的对比关系，也就是反映了这两种力的相对大小。利用雷诺数可以判别一个给定流场的稳定性，随着惯性力的增大和黏性力的相对减小，雷诺数就会增大，而大到一定程度流场就会失去稳定，而使流动从层流变为紊流。对于这里讨论的流体流过平板而言，当 $\mathrm{Re}=5\times10^5$ 左右时层流流动就会变为紊流流动 。

雷诺（ 1842-1912 ），生于爱尔兰的英国科学家，曾在曼彻斯特大学任教。他对 19 世纪末的流体力学发展做出了十分重大的贡献。雷诺在发现流动由层流向紊流转变的判据时，即现在称为雷诺数的判据时，曾形象的揭示过这一判据：可以把流体比作一队士兵，层流流动好比步伐整齐的行军队列，紊流流动好比无

规则运动。流体的速度和管道的直径好比队列的速度和大小，粘度则相当于纪律，密度相当于士兵背载的武器。对于一个队列来说，速度越快，队形越大，背载的武器越沉重，纪律越松弛，则队形不易保持。对流动来说，速度越快，管道尺寸越大，流体密度越大，粘度越小，就越不易保持层流。

$\mathrm{Re}\cdot\mathrm{Pr}=\rho c_p u_\infty L/\lambda=u_\infty L/a$ 为另一个准则，称为 贝克莱准则 ，记为 Pe ，它反映了给定流场的热对流能力与其热传导能力的对比关系。它在能量微分方程中的作用相当于雷诺数在动量微分方程中的作用。

$\mathrm{Pr}=\nu/a$ 称为 普朗特（ Prandtl ）数 ，是贝克莱数和雷诺数之比 ，它反映了流体的动量扩散能力与其能量扩散能力的对比关系 。

普朗特（ 1875-1953 ），德国杰出的空气动力学家。 1900 年德国慕尼黑工业大学获博士学位，创建了现代流体力学和空气动力学课程，奠定了对流换热理论解的基础。

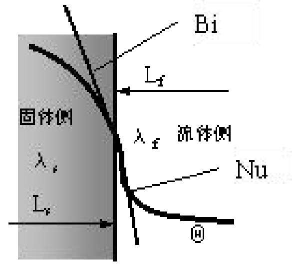


图 4－8　Nu 和 Bi 准则的物理意义

$Nu=\alpha L/\lambda$ 称为努谢尔特（ Nusselt ）准则，它反映了给定流场的换热能力与其导热能力的对比关系。这是一个在对流换热计算中必须要加以确定的准则。

努谢尔特（ 1882-1957 ），德国杰出的传热学家。于 1907 年德国慕尼黑工业大学获博士学位。它对传热学做出两大贡献：一是用无量纲化整理了以往的对流换热实验数据（ 1909 年）；二是用分析解的方法求得了膜状凝结的换热系数。他和其他德国人一起，为流体力学和传热学的发展做出很大贡献。

努谢尔特准则与非稳态导热分析中的毕欧数形式上是相似的。但是，一定要注意， Nu 中的 L f 为流场的特征尺寸， λ f 为流体的导热系数；而 Bi 中的 L s 为固体系统的特征尺寸， λ s 为固体的导热系数。它们虽然都表示边界上的无量纲温度梯度，但一个在流体侧一个在固体侧， 如图 4 － 8 所示。显然，这两个准则的物理意义也是各不相同。

无量纲方程组的解及换热准则关系式的形式

对方程组 4 － 12 无论采取什么方式求解，总可以得出如下形式的速度场和温度场的函数形式：

速度分布， $U = f_u(\mathrm{Re}, Eu, P, X, Y), V = f_v(\mathrm{Re}, Eu, P, X, Y)$；

压力分布， $P = f_p(Eu, X, Y), Eu = f_e(\mathrm{Re})$；

温度分布， $\Theta = f_\theta(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}, U, V, X, Y)$。

分析上面的函数关系，不难得到温度分布的最终表达式，

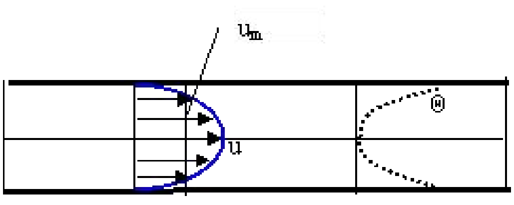
$\Theta = f_\theta(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}, X, Y,)$，对其求 Y 的导数，并令 Y ＝ 0 而得出，

$\left.\frac{\partial \Theta}{\partial Y}\right|_{Y=0} = f'_\theta(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr}, X) = -Nu_x$。如果取从 0 到 X 之间的 Nu x 的平均值，应有

$\overline{Nu_x} = f'_\theta(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr})$。 （4 － 13）

从上式不难看出，计算几何形状相似的流动换热问题时，如果只是求取其平均的换热性能，就可以归结为计算几个准则之间的某种函数关系，最后得出平均的换热系数和总体的换热热流量。

同时还应看到，由于无量纲准则是由过程量、几何量和物性量组成的，从而使实验研究的变量数目显著减少，这对减少实验工作量和实验数据处理时间是至关重要的。尤其是通过实验所获得的这种准则关系式还可以推广应用于同一类型的流动换热问题中去。如，前面所讨论的流体平行流过平板的换热问题，只要通过实验获得了相应的准则关系式，就能对这样一类问题在选定特征尺寸和特征流速之后利用该关系式来进行相应的换热计算。



u_m 平均流速；$\Theta = (t - t_w)/(t_f - t_w)$ 无量纲流体温度

图 4－9 管内流动换热示意图

如果讨论的是流体在管内流动时的换热问题，如图 4 － 9 所示。在研究该问题时，通常采用管道的内直径 d 作为特征尺寸，而用管道内截面上的平均流速 u m 作为特征流速，相应的无量纲准则为 $Nu = \alpha d/\lambda, \mathrm{Re} = u_m d/\nu$ 对应的准则

关系式为 $Nu = f_6'(\mathrm{Re}, \mathrm{Pr})$。该关系式也能通过实验研究得出具体的准则关系式，且能适用于同一类型的流动换热问题。

特征尺寸，特征流速和定性温度 ：

我们在对流动换热微分方程组 进行无量纲化时，选定了对应变量的特征值 ，然后进行无量纲化的工作，这些 特征参数是流场的代表性的数值，分别表征了流场的 几何特征、流动特征和换热特征 。这里再作一点分析。

特征尺寸，它反映了流场的几何特征，对于不同的流场特征尺寸的选择是不同的。如，对于流体平行流过平板选择沿流动方向上的长度尺寸；对于管内流体流动选择垂直于流动方向的管内直径；对于流体绕流圆柱体流动选择流动方向上的圆柱体外直径。

特征流速 ，它反映了流体流场的流动特征，是可以参照的特征参数，且易于确定。不同的流场其流动特征不同，所选择的特征流速是不同的。如 ，流体流过平板，来流速度 被选择为特征尺寸； 流体管内流动，管子截面上的平均流速 可作为特征流速；流体 绕流圆柱体流动，来流速度 可选择为特征流速。

定性温度 ，无量纲准则中的 物性量是温度的函数 ，确定物性量数值的温度称为定性温度。对于不同的流场定性温度的选择是不同的，这得根据确定该温度是否方便以及能否给换热计算带来较好的准确性来选取。一般的做法是， 外部流动常选择来流流体温度和固体壁面温度的算术平均值 ，称为膜温度； 内部流动常选择管内流体进出口温度的平均值 （算术平均值或对数平均值），当然也有例外。